1. $\begin{cases} \text{Equation de la chaleur : } \mu c\dfrac{\partial T}{\partial t} + div\,\vec{j} = 0 \\ \text{Loi de Fourier : } \vec{j} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \end{cases}$ avec $\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\partial \alpha}{\partial t}$ et $\dfrac{\partial T}{\partial z} = \dfrac{\partial \alpha}{\partial z}$ soit

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{\lambda}{\mu c}\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} = 0$$

2.

$$i\omega\underline{\alpha} - \frac{\lambda}{\mu c} i^2 \underline{k}^2 \alpha = 0$$

$$k^2 = \frac{\omega \mu c}{\lambda} e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$\underline{k} = \pm\frac{1-i}{\delta} \qquad\qquad \delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\mu c \omega}}$$

3. La solution générale est alors une combinaison linéaire des solutions avec les deux expressions de $\underline{k}$. Mais la solution ne doit pas diverger si $t \to \propto$ ou $z \to \propto$. Il reste alors qune seule valeur de $\underline{k}$ possible

$$\underline{\alpha}(z,t) = A.e^{i\left(\omega t - \frac{1-i}{\delta} z\right)} = A.e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)}$$

$$\alpha(z,t) = A.e^{-\frac{z}{\delta}} cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)$$

4. CI :$T(0,t) = T_0 + \theta_0.cos(\omega t) = T_0 + A.e^{-\frac{0}{\delta}} cos\left(\omega t - \frac{0}{\delta}\right) \;\to\; A = \theta_0$

5. On observe un phénomène d'absorption, l'amplitude décroit avec la profondeur. Elle devient très faible pour $z \gg \delta$. On va donc calculer δ dans les deux cas