Cet exercice nécessite d'avoir traité le chapitre sur la propagations des ondes dans un milieu dispersif.
On assimile localement la croute terrestre à un demi-espace ($z > 0$) constitué d'un milieu homogène avec comme caractéristiques

$$\rho = 3,1.10^3\ kg.m^{-3} \qquad c = 870\ J.kg^{-1}.\check{r}C^{-1} \qquad \lambda = 1,8\ W.m^{-1}.\check{r}C^{-1}$$

On note $T(z,t)$ la température à la profondeur z et à l'instant t. On considère l'évolution de la température à la surface sous la forme

$$T(0,t) = T_0 + \theta_0.cos(\omega t)$$

On considère le régime forcé, on pose ainsi $T(z,t) = T_0 + \alpha(z,t)$. On associe alors à $\alpha(z,t)$ la représentation complexe $\underline{\alpha}(z,t)$ que l'on propose d'écrire sous la forme

$$\underline{\alpha}(z,t) = A.e^{i(\omega t - \underline{k}z)}$$

1. Trouver l'équation différentielle vérifiée par $\alpha(z,t)$
2. En déduire une relation (*relation de dispersion*) vérifiée par $\underline{k}^2$, en déduire $\underline{k}$
3. Montrer qu'une seule solution $\alpha(z,t)$ est physiquement envisageable.
4. Grâce aux conditions aux limites, en déduire $T(z,t)$ en faisant apparaître une "profondeur de peau" δ
5. A une profondeur $z = 2\ m$, la température sera-t-elle sensible aux variations diurnes de température à la surface ? Aux variations annuelles ?