1. Il s'agit de l'équation d'Alembert car l'intérieur du guide d'ondes est assimilé au vide.

2. $\Delta\overrightarrow{E} = f''(x).\overrightarrow{E} - k^2.\overrightarrow{E}$ ce qui amène à $f''(x) + \left(\dfrac{\omega^2}{c^2} - k^2\right).f(x) = 0$

3. ✓ La forme générale de la solution est alors $f(x) = A.cos(K.x) + B.sin(K.x)$ avec $K^2 = \left(k^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}\right) > 0$

✓ Les CAL donnent $f\left(\dfrac{-a}{2}\right) = f\left(\dfrac{a}{2}\right) = 0$ soit $\left| \begin{array}{l} A.cos\left(\frac{K.a}{2}\right) + B.sin\left(\frac{K.a}{2}\right) = 0 \\ A.cos\left(\frac{K.a}{2}\right) - B.sin\left(\frac{K.a}{2}\right) = 0 \end{array} \right.$

On a alors deux possibilités :

✘ $A = 0$, on doit vérifier $sin\left(\frac{K.a}{2}\right)$ soit $\dfrac{K.a}{2} = \pi \ \ (\pi)$

✘ $B = 0$, on doit vérifier $cos\left(\frac{K.a}{2}\right)$ soit $\dfrac{K.a}{2} = \dfrac{\pi}{2} \ \ (\pi)$

On peut donc en conclure que l'ensemble des modes vérifient la relation $\dfrac{K.a}{2} = \pi \ \left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ donc $K.a = p.\pi$

✓ On en déduit donc la relation de dispersion :

$K^2 = \left(k^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}\right) = p^2.\pi^2$ donc $k = \sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{p^2.\pi^2}{a^2}}$ avec $\omega > p.\dfrac{p.\pi}{a}$

4. En calculant la vitesse de phase $v_\varphi = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{c^2} - \dfrac{p^2.\pi^2}{\omega^2.a^2}}}$, on s'aperçoit que seul le mode $p = 0$ correspond à une propagation non dispersive ($v_{\varphi(p=0)} = c$ indépendant de ω). Or pour ce mode, la vitesse de groupe est $v_{g(p=0)} = c$. C'est donc cette impulsion qui se propage à la vitesse la plus élevée.
On reçoit donc en premier l'impulsion non déformée.