

1. On obtient l'angle limite en se plaçant dans la condition limite de réfraction où $i_2 = \frac{\pi}{2}$ soit $n \cdot \sin i_l = 1 \cdot \sin \frac{\pi}{2}$ donc

$$\boxed{\sin i_l = \frac{1}{n}}$$

2. On peut utiliser la relation de structure pour cette OPPH avec $\vec{k}_i = n \cdot k_0 \cdot (\sin i \cdot \vec{u}_x + \cos i \cdot \vec{u}_z)$, soit $\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega}$. On obtient :

$$\boxed{\vec{B}_i = \frac{n \cdot E_{0i}}{c} \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} \cdot (\sin i \cdot \vec{u}_z - \cos i \cdot \vec{u}_x)}$$

3. On aura alors $\vec{k}_r = n \cdot k_0 \cdot (\sin i \cdot \vec{u}_x - \cos i \cdot \vec{u}_z)$ et $\vec{E}_i = \underline{E}_{0r} \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \cdot \vec{u}_y$.

$$\text{On peut en déduire : } \vec{B}_r = \frac{n \cdot E_{0r}}{c} \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \cdot (\sin i \cdot \vec{u}_z + \cos i \cdot \vec{u}_x).$$

Les relations de continuité (en posant $x = 0$) ne peuvent pas être vérifiées à la fois pour le champ électrique et magnétique.

4. La continuité du champ électrique au niveau de l'interface donne $(E_{0i} + \underline{E}_{0r}) \cdot e^{j(\omega t - n \cdot k_0 \cdot x \cdot \sin i)} = \underline{E}_{0t} \cdot e^{j(\omega t - k_t \cdot x)} \quad \forall (x, t)$, ce qui donne :

$$\boxed{k_t = n \cdot k_0 \cdot \sin i \text{ et } E_{0i} + \underline{E}_{0r} = \underline{E}_{0t}}$$

5. On injecte la solution dans l'équation de propagation de l'onde dans le vide :

$$g''(z) + g(z) \cdot \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_t^2 \right) = 0$$

$$\text{Or } k_t = n \cdot \frac{\omega}{c} \cdot \sin i \text{ et comme } i > i_l, n \cdot \sin i > 1 \text{ donc } \frac{\omega^2}{c^2} - k_t^2 < 0$$

$$\text{On a donc } g''(z) - \frac{1}{\delta^2} \cdot g(z) = 0 \text{ avec } \delta = \frac{1}{\sqrt{k_t^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}}$$

6. On commence par rechercher le champ magnétique associé à l'onde transmise sans utiliser la relations de structure, l'onde n'étant pas plane. On obtient :

$$\vec{B}_t = \frac{E_{0t}}{\omega} \cdot e^{j(\omega t - k_t \cdot x)} \cdot \left(\frac{g'(z)}{j} \cdot \vec{e}_x + g(z) \cdot k_t \cdot \vec{e}_z \right).$$

On peut alors exploiter la relation de continuité pour le champ magnétique en $z = 0$, ce qui donne

$$\checkmark \text{ Selon } \vec{e}_x : \frac{\underline{E}_{0t}}{\omega} \cdot \frac{g'(z=0)}{j} = -\frac{n \cdot \underline{E}_{0i}}{c} \cdot \cos i - \frac{n \cdot \underline{E}_{0r}}{c} \cdot \cos i$$

$$\checkmark \text{ Selon } \vec{e}_z : \frac{\underline{E}_{0t}}{\omega} \cdot g(z=0) \cdot k_t = \frac{n}{c} \cdot \sin i \cdot (\underline{E}_{0i} + \underline{E}_{0r}) \text{ relation équivalente à celle obtenue par la continuité du champ électrique)}$$

Ces système d'équation permettent d'exprimer \underline{E}_{0r} et \underline{E}_{0t}