

1. Les variations de pression étant très faibles devant la pression à l'équilibre, on peut considérer que l'on se trouve à chaque instant dans un état très proche de l'état d'équilibre mécanique.
2. En supposant les transformations adiabatiques et réversibles, on $PV^\gamma = cte$ de chaque côté.

$$\text{On en déduit } P_1 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^\gamma \text{ et } P_2 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^\gamma$$

$$\text{On a également } V_1 = (l_0 + x)S, V_2 = (l_0 - x)S \text{ et } V_0 = l_0x$$

On en déduit les expressions de P_1 et P_2 :

$$P_1 = P_0 \left(\frac{l_0}{l_0 + x} \right)^\gamma = P_0 \left(\frac{1}{1 + \frac{x}{l_0}} \right)^\gamma \simeq P_0 \left(1 - \gamma \frac{x}{l_0} \right)$$

$$P_2 = P_0 \left(\frac{l_0}{l_0 - x} \right)^\gamma = P_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{x}{l_0}} \right)^\gamma \simeq P_0 \left(1 + \gamma \frac{x}{l_0} \right)$$

$$\text{Avec } T_1 = T_0 \frac{P_1}{P_0} \frac{V_1}{V_0} = T_0 \left(1 - \gamma \frac{x}{l_0} \right) \left(1 + \frac{x}{l_0} \right) \simeq T_0 \left(1 + \frac{x}{l_0} (1 - \gamma) \right) \text{ au } 1^{er} \text{ ordre .}$$

$$\text{De même } T_2 \simeq T_0 \left(1 - \frac{x}{l_0} (1 - \gamma) \right)$$

3. La force pressante exercée est :

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = (P_1 - P_2) S \vec{u}_x = P_0 S \left(1 - \frac{\gamma x}{l_0} - 1 - \frac{\gamma x}{l_0} \right) \vec{u}_x = -2 \frac{P_0 S \gamma x}{l_0} \vec{u}_x$$

$$\text{Pour le piston : } m \frac{d^2 x}{dt^2} = -2 \frac{P_0 S \gamma x}{l_0}, \text{ soit } \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{La période des petites oscillations est donc } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{ml_0}{2P_0 S \gamma}}.$$