On étudie la diffusion unidirectionnelle de neutrons dans un barreau cylindrique, de longueur L et de section S, en supposant qu'il n'y a pas d'évasion par la surface latérale et en notant :

- ✓ $n(x,t)$ la densité volumique des neutrons à l'abscisse x et à l'instant t
- ✓ $j_n(x,t)$ la densité de courant de neutrons diffusés (de valeur égale au nombre algébrique de neutrons traversant par unité de surface et de temps la section du barreau d'abscisse x, à la date t, dans le sens des x croissants).

On note D le coefficient de diffusion des neutrons dans le milieu. La loi de Fick est vérifiée.

1. On note n_0 et n_L la concentration en neutrons mobiles respectivement en $x = 0$ et à l'abscisse $x = L$. Quelle serait, en régime permanent et en négligeant tout phénomène d'absorption, la valeur de j_n (densité du courant de neutrons) en fonction de n_0 , n_L , L et D ?

2. Dans cette question, on suppose qu'une pastille irradiée, placée dans le prolongement du barreau, envoie dans celui-ci un flux homogène et constant de neutrons. On note J_0 (valeur constante positive) le nombre de neutrons traversant par unité de surface et de temps la section du barreau d'abscisse $x = 0$ et n_0 la concentration en neutrons mobiles à cet endroit. On tient compte de l'absorption des neutrons par le matériau en notant K le nombre de neutrons par unité de volume et de temps absorbés par le matériau. K est une constante positive.

(a) En faisant le bilan des neutrons absorbés ou produits dans une tranche d'épaisseur dx à l'abscisse x, montrer que $n(x,t)$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - K$$

(b) Déterminer, en régime permanent, la loi de variation $j_n = f(x)$ en fonction de J_0 , K et x .

(c) En déduire pour quelle valeur $x = l$ de l'abscisse le courant de neutrons s'annule.
Montrer que ce dernier résultat pouvait être obtenu plus simplement.

(d) Expliquer en quoi l'hypothèse considérant K comme une constante est irréaliste et suggérer une hypothèse de remplacement.

3. On étudie la diffusion unidimensionnelle des neutrons dans un barreau de matière fissile. Deux phénomènes se produisent dans la matière fissile : la réaction de fission absorbe des neutrons mais en produit plus qu'elle n'en absorbe. La concentration en neutrons mobiles vérifie alors l'équation différentielle :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + k.n \qquad\qquad k > 0, k = C^{te}$$

La concentration en neutrons mobiles est nulle aux deux extrémités du barreau : ($n = 0$ en $x = 0$ et en $x = L$). En posant $n(x,t) = f(x).g(t)$, Déterminer la solution $n(x,t)$

4. Montrer que $n(x,t)$ diverge au cours du temps si la longueur L du barreau est supérieure à une valeur limite L_0 que l'on exprimera en fonction de D et k. Que se passe-t-il si L est supérieure à L_0 ?