On étudie la diffusion des molécules d'ammoniac dans un tube de section S et de longueur $2.L >> \sqrt{S}$ et on pose x l'abscisse d'un point avec $-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$. Ces molécules diffusent dans l'air avec un coefficient de diffusion D.
On considère les N_0 molécules rassemblées en $x = 0$ à l'instant $t = 0$. On note $n(x,t)$ la densité volumique de particules en $M(x,t)$

1. Retrouver par un bilan local l'équation de la diffusion.

2. Déterminer une condition sur α afin que $n(x,t) = \dfrac{A}{\sqrt{t}}.e^{-\frac{\alpha.x^2}{t}}$ soit solution de l'équation de la diffusion ?

3. Déterminer A à partir des conditions initiales.

4. Définir puis exprimer $\rho(x,t)$ tel que $dp = \rho(x,t).dx$ corresponde à la probabilité de présence d'une molécule d'ammoniac à l'abscisse $x \pm \frac{dx}{2}$ à l'instant t.

5. La longueur de diffusion correspond à la distance quadratique moyenne $x_m = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2.\rho(x,t).dx}$. Exprimer x_m .

Données : $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2}.du = \sqrt{\pi}$ et $\int_{-\infty}^{\infty} u^2.e^{-u^2}.du = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$