

1. La concentration en neutrons mobiles vérifie alors l'équation différentielle :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + k.n \quad k > 0, k = C^{te}$$

(voir cours)

2. D'après l'ED et la forme de la solution proposée :

$$\frac{f''}{f} + \frac{1}{D} \left(k - \frac{g'}{g} \right) = 0$$

Seule une solution oscillante pour $f(x)$ est physiquement envisageable pour vérifier les conditions aux limites, donc

$$\underbrace{f'' + \frac{1}{D} \left(k - \frac{g'}{g} \right) f}_{\omega^2} = 0$$

$$f(x) = A \cos \omega x + B \sin \omega x \text{ les C.L donnent } \begin{cases} f(0) = A = 0 \\ f(L) = A \cos \omega L + B \sin \omega L = B \sin \omega L = 0 \end{cases} \rightarrow \omega = \frac{p\pi}{L}$$

$$f(x) = \sum_{p=1}^{\infty} B_p \sin \frac{p\pi x}{L}$$

3. On a donc $\frac{1}{D} \left(k - \frac{g'}{g} \right) = \omega^2$, ce qui donne

$$g(t) = g_0 \cdot e^{-(D\omega^2 - k)t}$$

On doit avoir le temps caractéristique positif, soit

$$\omega^2 > \frac{k}{D} \rightarrow L < p\pi \sqrt{\frac{D}{k}} \rightarrow L_0 = \pi \sqrt{\frac{D}{k}}$$

Si $L > L_0$, alors la fission ne sera plus contrôlable.