

1. Voir le cours

2. On rappelle que $\frac{dg}{du} = .e^{-u^2}$, on peut donc calculer :

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = -\frac{2.a^2.u}{t}.e^{-u^2} \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{u}{2.t}.e^{-u^2}.$$

$g(u)$ vérifie l'équation de la diffusion pour $a = \frac{1}{2.\sqrt{D}}$.

On peut vérifier facilement que $p(x,t) = A.g(u) + B$ vérifie alors l'équation de la diffusion.

3. On utilise les conditions initiales : $\left\{ \begin{array}{l} \forall x < 0 : p(x, t=0) = 2.p_0 \rightarrow u = -\infty \\ \forall x > 0 : p(x, t=0) = 0 \rightarrow u = +\infty \end{array} \right.$, soit $\left\{ \begin{array}{l} 2.p_0 = A.\left(-\frac{\pi}{2}\right) + B \\ 0 = A.\left(+\frac{\pi}{2}\right) + B \end{array} \right.$.

On obtient donc $A = \frac{-2.p_0}{\sqrt{\pi}}$ et $B = p_0$

On remarque que $p(0,t) = p_0 \forall t$.