Cet exercice nécessite d'avoir traité l'étude du champ électrostatique

On considère un système composé de deux plans parallèles (P_1) et (P_2) orthogonaux à l'axe $z'z$, distants de e, maintenus respectivement aux températures constantes T_1 et T_2 , $(T_1 > T_2)$ entre lesquels se trouve le matériau (M) sans sources d'énergie.

Ces plans sont de grande taille de sorte qu'on peut négliger les effets de bords et les considérer comme infinis.

1. Donner la valeur et l'orientation de vecteur $\overrightarrow{j_Q}$, noté $\overrightarrow{j_0}$ en régime permanent.

On place entre les plaques une sphère (S) de centre O et de rayon a, de conductivité thermique idéalement nulle et l'on veut déterminer l'allure des lignes de courant $\overrightarrow{j_Q}$ une fois que s'est établi un nouveau régime permanent. Le rayon de la sphère est très petit devant la distance séparant les plans.

2. On admet que la superposition d'un champ électrostatique $\overrightarrow{E} = E_0.\overrightarrow{u_z}$ et du champ électrique d'un dipôle de moment $\overrightarrow{p} = -p.\overrightarrow{u_z}$ permet de fournir une solution de l'équation que doit vérifier la température T en tout point. À quelle grandeur le champ $\overrightarrow{E}$ peut-il être identifié ? En déduire l'expression de cette grandeur, à une constante près.

3. Déterminer l'expression de la température $T(r, \theta)$

4. On considère un plan diamétral de la sphère et orthogonal à (P_1) et (P_2). L'axe orienté Oz est pris comme axe polaire dans ce plan.

Donner les expressions des composantes radiales j_{Qr} et orthoradiales $j_{Q\theta}$ de $\overrightarrow{j_Q}$ en fonction de j_0, a, r, et θ dans ce plan.

5. En quels points de S le module de $\overrightarrow{j_Q}$ est-il maximum ? En quels points est-il nul ? En déduire l'allure des lignes de courant.