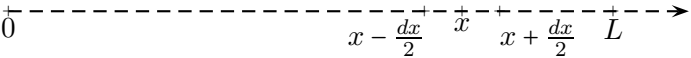


On exploitera cette méthode

- ✓ Dans le cas d'un régime **non stationnaire**
- ✓ Avec une source interne de puissance volumique **non uniforme**

On considère un cylindre de cuivre (capacité thermique massique $c = 385 \text{ J.K}^{-1}.kg^{-1}$ et masse volumique $\mu = 8960 \text{ kg.m}^{-3}$) de longueur $L = 50 \text{ cm}$ et de section $S = 10 \text{ cm}^2$. On note Ox son axe de révolution.



1. Relier par un développement limité à l'ordre 1 $T(x, t + dt)$ et $T(x, t)$
2. Relier par un développement limité à l'ordre 1 $j\left(x + \frac{dx}{2}\right)$ et $j(x, t)$. Procéder de même pour relier $j\left(x - \frac{dx}{2}\right)$ et $j(x, t)$
3. On considère une tranche du cylindre située entre $x - \frac{dx}{2}$ et $x + \frac{dx}{2}$ à l'intérieur de laquelle on peut considérer la température uniforme $T(x, t)$. Appliquer à ce système étudié sur une durée dt le premier principe de la thermodynamique afin de relier $\frac{\partial T}{\partial t}$ et $\frac{\partial j}{\partial x}$, en fonction de c et μ .
4. En exploitant la loi de Fourier, en déduire l'équation de la diffusion reliant $\frac{\partial T}{\partial t}$ et $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$
5. On propose une forme canonique pour cette équation $\frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$. Exprimer D .

On considère le cylindre initialement à la température uniforme T_0 . A l'instant $t = 0$, on calorifuge sa surface latérale. On met la surface en $x = 0$ en contact avec une source de température $T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ et celle en $x = L$ en contact avec une source de température $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

6. En s'inspirant de l'étude de la diffusion des particules, déterminer au bout de quelle durée on observera les effets de la diffusion thermique en $x = \frac{L}{2}$
7. On considère le régime stationnaire établi. Calculer le flux Φ traversant le barreau puis la température $T\left(x = \frac{L}{4}\right)$