1. $\underbrace{\left(j_{axial}(x) - j_{axial}(x+dx)\right)}_{0} S + j_{radial}.2\pi r_1 dx = \dfrac{dx}{\sigma \pi r_1^2} I^2$, soit

$$j(r_1) = \frac{I^2}{2\pi^2 r_1^3 \sigma}$$

2. Au niveau de la gaine, il n'y a plu de création de chaleur. On peut alors effectuer un bilan sur une surface constituée de deux cylindres de rayon r_1 et r :

$$\underbrace{\left(j_{axial}(x) - j_{axial}(x+dx)\right)}_{0} .\pi.\left(r^2 - r_1^2\right) + j(r_1).2\pi r_1.dx - j(r).2\pi r.dx = 0$$

$$j(r) = \frac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2 r}$$

3. La loi fournie permet d'écrire

$$j(r_2) = \frac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2 r_2} = h\left(T(r_2) - T_0\right)$$

$$T(r_2) = \frac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2 r_2 h} + T_0$$

4. La loi de Fourier donne

$$\vec{j} = -k_2 \overrightarrow{grad}\,(T) \rightarrow j = -k_2 \frac{dT}{dr} \;\; \rightarrow \;\; T = -k_2 \frac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2} lnr + C^{te}$$

On sait d'autre part que $T(r_2) = \dfrac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2 r_2 h} + T_0 = -k_2 \dfrac{I^2}{2\pi^2 \sigma r_1^2} lnr_2 + C^{te}$ d'où

$$T(r) = \frac{I^2}{2\pi.S}\left(-k_2 ln \frac{r}{r_2} + \frac{1}{r_2 h}\right) + T_0$$

5. Applications numériques :

S (mm^2)	r_1 (mm)	r_2 (mm)	$T(r_1)$ $(°C)$
1,5	0,69	2,69	227
6	1,38	3,38	65,3

Pour alimenter le démarreur d'un moteur à partir d'une batterie, on ne se contentera pas de fils de section $1,5\ mm^2$, sinon les fils vont surchauffer.