Un conducteur électrique de section circulaire de rayon r_1, de conductivité électrique σ et de conductivité thermique k_1 est entouré d'une gaine isolante pour $r_1 < r < r_2$ de conductivité thermique k_2.

Ce conducteur est parcouru par un courant d'intensité I. Sa résistance électrique d'une longueur L du câble est $R = \dfrac{L}{\sigma S}$ avec S la section du conducteur

On se place en régime permanent et on néglige tout effet de bord. La conduction sera considérée uniquement radiale.

On suppose que le contact thermique entre le conducteur et la gaine est parfait. En revanche, on admettra qu'entre la gaine isolante et l'air ambiant (de température T_0) s'établissent des échanges thermiques superficiels tels que la densité de flux thermique entre la gaine à la température $T(r_2)$ et l'air s'écrit

$$j = h\left(T(r_2) - T_0\right) \qquad h > 0$$

On notera r la distance d'un point à l'axe du conducteur.

1. Pour une longueur L de câble, exprimer la puissance $\mathcal{P}$ dissipée par effet Joule. En déduire $\vec{j}(r_1) = j(r_1).\vec{e_r}$.
2. Par un bilan énergétique sur un système bien choisi, relier $j(r_1)$, $j(r)$, r et r_1. *(Il est également possible de déterminer par un bilan local que $j(r) = \dfrac{C^{te}}{r}$)*
3. En déduire l'expression de la température $T(r_2)$ dans la gaine.
4. En déduire l'expression de la température $T(r)$ en tout point de la gaine, puis la température à l'interface conducteur-gaine
5. Un courant d'intensité $I = 32\ A$ traverse le conducteur. Déterminer la température $T(r_1)$ selon que la section du fil est de $1,5\ mm^2$ ou $6\ mm^2$. Commenter.

<u>*Données :*</u>

$k_1 = 50\ W.m^{-1}.°c^{-1}$; $k_2 = 0,05\ W.m^{-1}.°c^{-1}$; $h = 20\ W.m^{-2}.°C{-1}$; $\sigma = 10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$; $r_2 - r_1 = 2\ mm$; $T_0 = 25\ °C$.