1. Pour le système étudié pendant la durée dt

✓ Il perd une énergie $\delta Q_s = 2.\pi.r.L.j(r).dt$

✓ Il est créé une énergie : $\delta Q_c = \pi.r^2.L.).p_v dt$

✓ Le régime étant stationnaire, $\delta Q_s = \delta Q_c$ d'où $j(r) = \dfrac{r.p_v}{2}$

2. Pour cette tranche de barreau :

✓ Transfert d'énergie vers le barreau au niveau de l'enveloppe de rayon r : $\delta Q_e = j(r).2.\pi.r.dz.dt$

✓ Transfert d'énergie vers l'extérieur au niveau de l'enveloppe de rayon $r + dr$: $\delta Q_e = j(r + dr).2.\pi.(r + dr).dz.dt$

✓ Énergie produite dans le volume étudié : $\delta Q_p = p_v.2.\pi.r.dz.dr.dt$

Le bilan d'énergie en régime stationnaire donne $\delta Q_e - \delta Q_s + \delta Q_p = 0$ soit $[j(r).r - j(r + dr).(r + dr)] + p_v.r = 0$. On peut définir une fonction $f(r) = j(r).r$, alors :

$j(r).r - j(r + dr).(r + dr) = f(r) - f(r + dr) = -\dfrac{\partial f}{\partial r}.dr$ donc $\boxed{\dfrac{\partial (j(r).r)}{\partial r} = p_v.r}$

3. Par intégration : $j(r).r = \dfrac{p_v.r^2}{2} + A$, or en $r = 0$ cette relation donne $0 = 0 + A$ donc $A = 0$, soit $j(r) = \dfrac{p_v.r}{2}$

La loi de Fourier s'écrit donc $j(r) = \dfrac{p_v.r}{2} = -\lambda.\dfrac{dT}{dr}$, ce qui donne : $\int_{T_0}^{T(r)} dT = \dfrac{-p_v}{2.\lambda}.\int_a^r r.dr$

$T(r) = T_0 - \dfrac{p_v}{4.\lambda}.\left(r^2 - a^2\right)$, on a donc $\boxed{A = -\dfrac{p_v}{4.\lambda} \text{ et } B = T_0 + \dfrac{p_v.a^2}{4.\lambda}}$

4. Au centre du barreau on aura $T = B = T_0 + \dfrac{p_v.a^2}{4.\lambda}$