

Quadriques

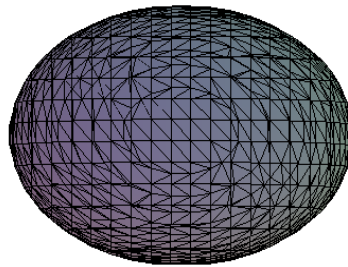
Une quadrique est une surface de l'espace définie par une équation du type :

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Eyz + 2Fzx + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

Avec A,B,C,D,E,F,G,H,I,J des réels non tous nuls.

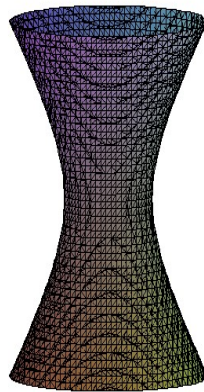
En utilisant la méthode de réduction vue en cours, on obtient l'une des équations réduites suivantes :

L'ellipsoïde : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$



L'intersection de l'ellipsoïde avec les plans ($z=c$) est soit vide, soit une ellipse. L'intersection de l'ellipsoïde avec le plan ($x=0$) est une ellipse.

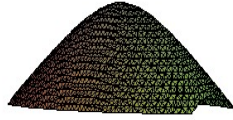
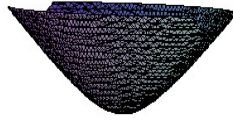
L'hyperboloïde à une nappe : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



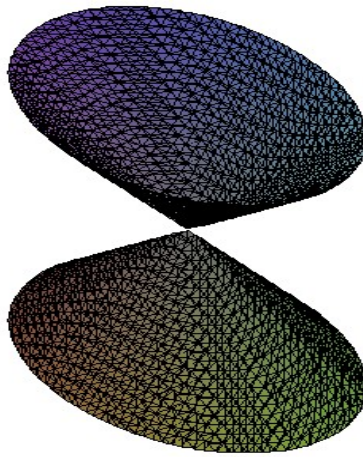
L'intersection de l'hyperboloïde à une nappe avec les plans ($z=c$) est une ellipse. L'intersection de l'hyperboloïde avec le plan ($x=0$) est une hyperbole.

L'hyperboloïde à deux nappes : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

L'intersection de l'hyperboloïde à deux nappes avec les plans ($z=c$) est soit vide, soit une ellipse. L'intersection de l'hyperboloïde avec le plan ($x=0$) est une hyperbole.



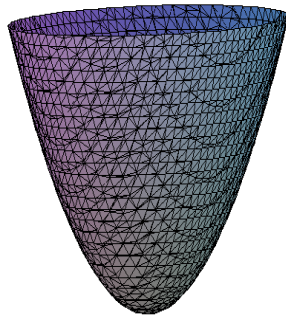
Le cône à base elliptique : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$



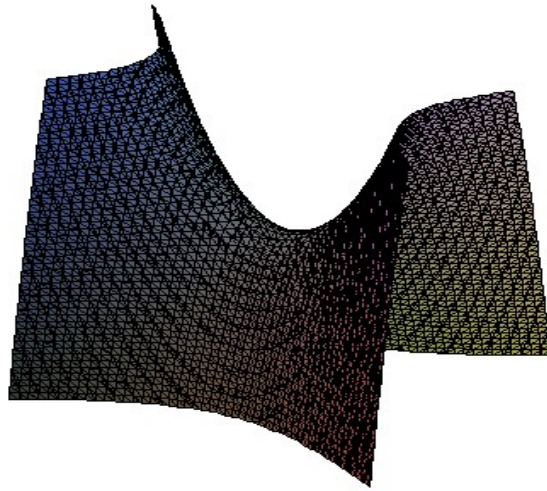
L'intersection du cône avec les plans ($z=c$) est une ellipse. L'intersection du cône avec le plan ($x=0$) est une réunion de deux droites.

Le paraboloïde elliptique : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

L'intersection du paraboloïde elliptique avec les plans ($z=c$) soit une ellipse, soit vide. L'intersection du paraboloïde elliptique avec le plan ($x=0$) est une parabole.

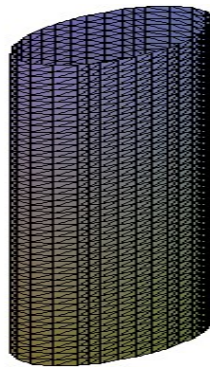


Le paraboloïde hyperbolique : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$



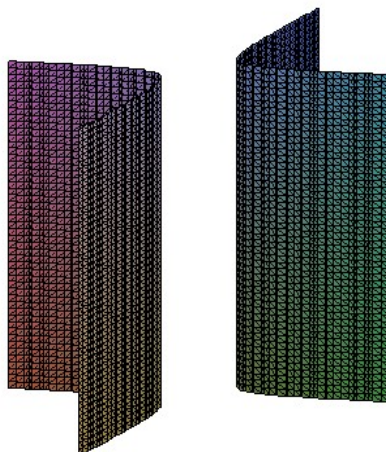
L'intersection du paraboloïde elliptique avec les plans ($z=c$) soit une hyperbole, soit deux droites.
 L'intersection du paraboloïde elliptique avec le plan ($x=0$) est une parabole.

Le cylindre elliptique : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



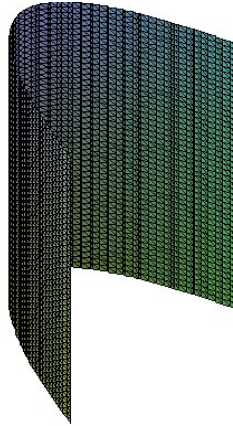
L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ($z=c$) est une ellipse. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ($x=0$) est une réunion de deux droites.

Le cylindre hyperbolique : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ($z=c$) est une hyperbole. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ($y=0$) est une réunion de deux droites. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ($x=0$) est vide.

Le cylindre parabolique : $x^2 = 2ay$



L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ($z=c$) est une parabole. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ($y=0$) est une droite. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ($x=0$) est une droite.

Autres quadriques : Il existe d'autres quadriques moins intéressantes : vide, un point, un plan, une réunion de deux plans, une sphère (cas particuliers de l'ellipsoïde), un cône (cas particulier du cône à base elliptique), un cylindre (cas particulier du cylindre elliptique)