

## Quadriques

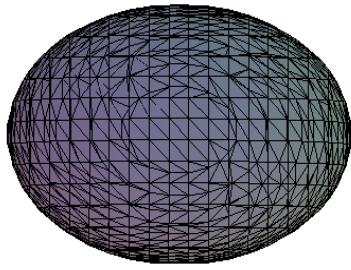
Une quadrique est une surface de l'espace définie par une équation du type :

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Eyz + 2Fzx + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

Avec A,B,C,D,E,F,G,H,I,J des réels non tous nuls.

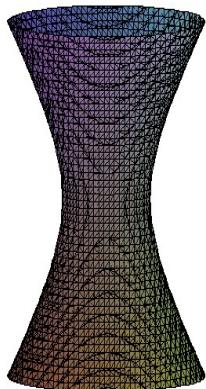
En utilisant la méthode de réduction vue en cours, on obtient l'une des équations réduites suivantes :

## L'ellipsoïde :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$



L'intersection de l'ellipsoïde avec les plans ( $z=c$ ) est soit vide, soit une ellipse. L'intersection de l'ellipsoïde avec le plan ( $x=0$ ) est une ellipse.

## L'hyperboloïde à une nappe :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



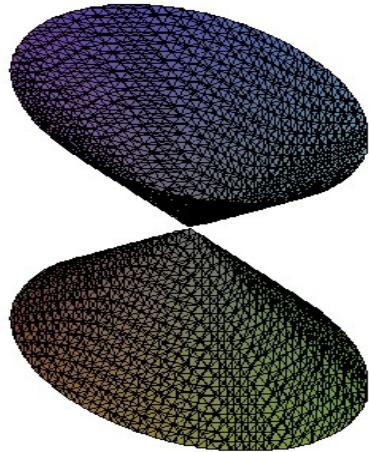
L'intersection de l'hyperboloïde à une nappe avec les plans ( $z=c$ ) est une ellipse. L'intersection de l'ellipsoïde avec le plan ( $x=0$ ) est une hyperbole.

## L'hyperboloïde à deux nappes :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

L'intersection de l'hyperboloïde à deux nappes avec les plans ( $z=c$ ) est soit vide, soit une ellipse. L'intersection de l'ellipsoïde avec le plan ( $x=0$ ) est une hyperbole.



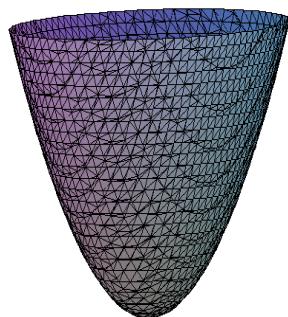
## Le cône à base elliptique :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$



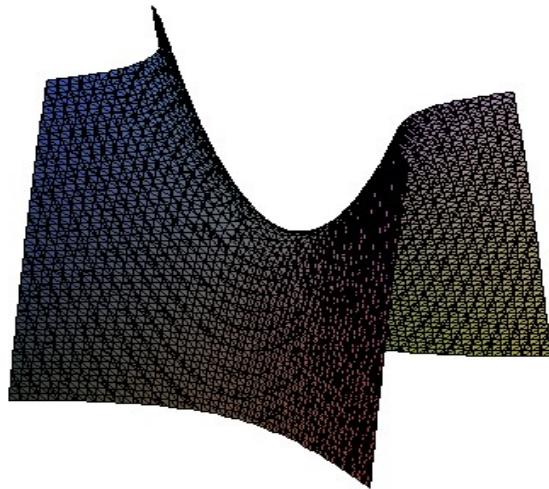
L'intersection du cône avec les plans  $(z=c)$  est une ellipse. L'intersection du cône avec le plan  $(x=0)$  est une réunion de deux droites.

## Le parabololoïde elliptique :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

L'intersection du parabololoïde elliptique avec les plans  $(z=c)$  soit une ellipse, soit vide. L'intersection du parabololoïde elliptique avec le plan  $(x=0)$  est une parabole.



## Le parabololoïde hyperbolique :  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$



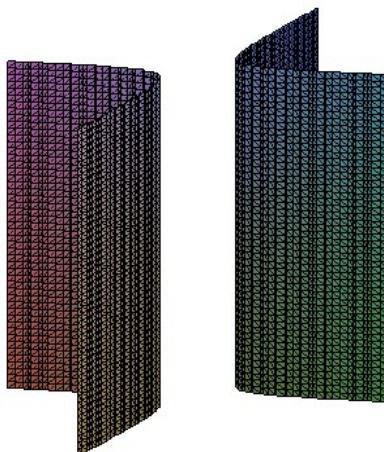
L'intersection du paraboloïde elliptique avec les plans ( $z=c$ ) soit une soit hyperbole, soit deux droites.  
 L'intersection du paraboloïde elliptique avec le plan ( $x=0$ ) est une parabole.

$$\#\text{ Le cylindre elliptique : } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



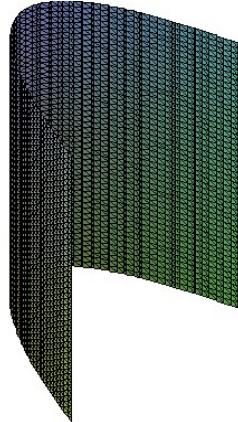
L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ( $z=c$ ) est une ellipse. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ( $x=0$ ) est une réunion de deux droites.

$$\#\text{ Le cylindre hyperbolique : } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ( $z=c$ ) est une hyperbole. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ( $y=0$ ) est une réunion de deux droites. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ( $x=0$ ) est vide.

## Le cylindre parabolique :  $x^2=2ay$



L'intersection du cylindre elliptique avec les plans ( $z=c$ ) est une parabole. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ( $y=0$ ) est une droite. L'intersection du cylindre elliptique avec le plan ( $x=0$ ) est une droite.

## Autres quadriques : Il existe d'autres quadriques moins intéressantes : vide, un point, un plan, une réunion de deux plans, une sphère (cas particuliers de l'ellipsoïde), un cône (cas particulier du cône à base elliptique), un cylindre (cas particulier du cylindre elliptique)